RESOLUÇÕES E RESPOSTAS

QUESTÃO 1:

a) Razão da P.A.: $r = 731 - 737 = -6$

Então: $a_{51} = a_1 + 50r$

$a_{51} = 737 + 50 \cdot (-6)$

$a_{51} = 437$

Resposta: 437

b) Temos: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_n = 737 + (n-1) \cdot (-6)$

$a_n = 743 - 6n$

Devemos ter: $743 - 6n < 0$

$-6n < -743$

$6n > 743$

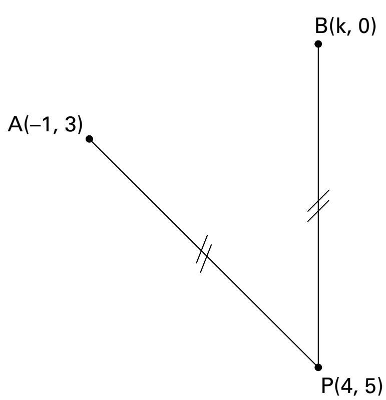
$$n > \frac{743}{6} \quad \therefore \quad n > 123{,}8$$

Logo, $n = 124$ e $a_{124} = 743 - 6 \cdot 124 = -1$

Resposta: –1

QUESTÃO 2:

a)



$$d_{PA} = d_{PB}$$

$$\sqrt{(4+1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{(k-4)^2 + (0-5)^2}$$

$$\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{(k-4)^2 + (-5)^2}$$

Elevando ao quadrado:

$$29 = (k-4)^2 + 25$$

$$(k-4)^2 = 4 \left\langle \begin{array}{l} k - 4 = 2 \quad \therefore \quad k = 6 \\ \quad \text{ou} \\ k - 4 = -2 \quad \therefore \quad k = 2 \end{array} \right.$$

Resposta: k = 2 ou k = 6

b) Ponto médio de $\overline{AB}$: $M\left(\frac{k-1}{2}, \frac{3+0}{2}\right) \quad \therefore \quad M\left(\frac{k-1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$$d_{MO} = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{k-1}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2} = \frac{3}{2}$$

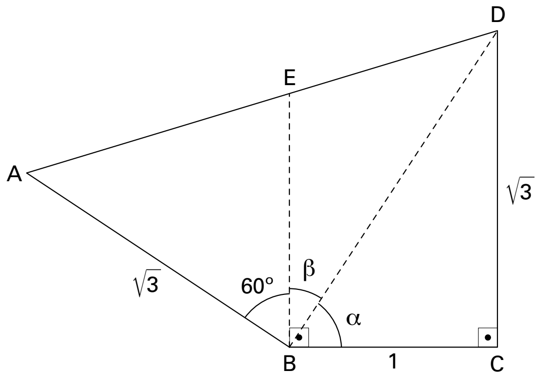
$$\sqrt{\left(\frac{k-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$$

Elevando ao quadrado:

$$\left(\frac{k-1}{2}\right)^2 + \cancel{\frac{9}{4}} = \cancel{\frac{9}{4}} \quad \therefore \quad \left(\frac{k-1}{2}\right)^2 = 0 \quad \therefore \quad \frac{k-1}{2} = 0 \quad \therefore \quad k = 1$$

Resposta: k = 1

QUESTÃO 3:



a) Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo BCD:

$(BD)^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 \quad \therefore \quad (BD)^2 = 4 \quad \therefore \quad BD = 2$

Resposta: 2

b) ΔBCD: $tg\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{1} \quad \therefore \quad tg\alpha = \sqrt{3} \quad \therefore \quad \alpha = 60°$

Como $\alpha + \beta = 90°$ então, $\beta = 30°$

Logo, a medida de $A\hat{B}D$ é $60° + 30° = 90°$

Resposta: 90°

c) A área do triângulo ABD é

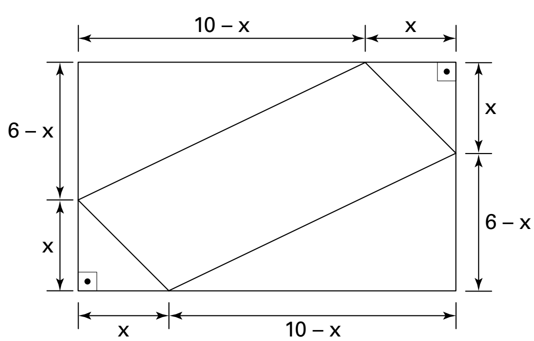
$\dfrac{1}{2} \cdot (BD) \cdot (AB)$, ou seja,

$\dfrac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$

Resposta: $\sqrt{3}$

QUESTÃO 4:

a)



A área do quadrilátero é:

$$A = 10 \cdot 6 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x \cdot x\right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (6 - x) \cdot (10 - x)\right)$$

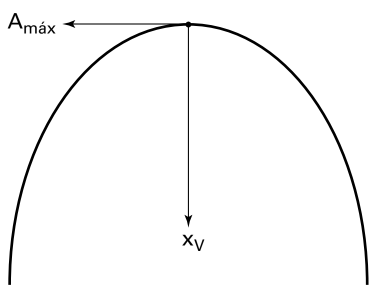
$$A = 60 - x^2 - (6 - x)(10 - x)$$

$$A = 60 - x^2 - [60 - 16x + x^2]$$

$$A = -2x^2 + 16x$$

Resposta: $-2x^2 + 16x$ (cm^2)

b)



A área A será máxima para:

$$x_V = -\frac{b}{2a}$$

$$x_V = -\frac{16}{2 \cdot (-2)} = 4$$

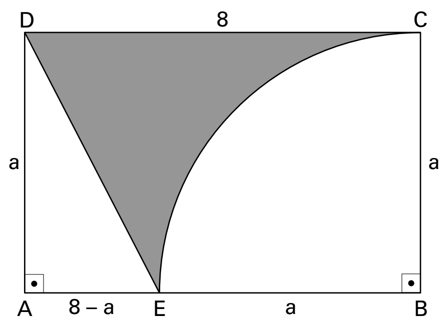
Resposta: 4

QUESTÃO 5:

a) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$
$x^2(x - 2) - 4(x - 2) = 0$
$(x^2 - 4)(x - 2) = 0$
$x^2 - 4 = 0$ ou $x - 2 = 0$
$x = 2$ ou $x = -2$
Resposta: $\{2, -2\}$

b) Para todo x, temos $-3 + \cos x < 0$.
Portanto a fração $\dfrac{-3 + \cos x}{x^2 - 9}$ é positiva se, e somente se, o denominador é negativo.
Temos $x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.
Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$

QUESTÃO 6:



a) Devemos ter:
$$\frac{1}{2} \cdot (8 - a) \cdot a = 6$$
$$a^2 - 8a + 12 = 0 \begin{cases} a = 2 \\ \text{ou} \\ a = 6 \end{cases}$$
Resposta: $a = 2$ ou $a = 6$

b) A área sombreada é igual a área do retângulo menos a área do triângulo e menos a área do quarto de círculo.
Assim, temos:
$$8a - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (8 - a) - \frac{\pi a^2}{4} = \frac{\pi a^2}{4}$$
Multiplicando por 4:
$$32a - 2a(8 - a) - \pi a^2 = \pi a^2$$
$$32a - 16a + 2a^2 - \pi a^2 = \pi a^2$$
$$16a + 2a^2 = 2\pi a^2$$
$$16 + 2a = 2\pi a \quad (a \neq 0)$$
$$16 = 2\pi a - 2a$$
$$8 = \pi a - a$$
$$8 = a(\pi - 1) \quad \therefore \quad a = \frac{8}{\pi - 1}$$
Resposta: $a = \dfrac{8}{\pi - 1}$